

Teoretická informatika TIN - 2023/2024

2. Test (Varianta A) 13. 11. 2023

Čas na řešení: 110 minut

(max. zisk 15 bodů – 10 bodů níže odpovídá 1 bodu v hodnocení předmětu)

Jméno/přihlašovací jméno:

Hodnocení:

--	--	--	--	--

Poznámka: Pokud při vypracování zkoušky použijete jinou notaci a konvence, než byly zavedeny na přednáškách, je nutné takovou notaci popsat. Písemnou zkoušku zpracujte čitelně a úhledně.

Příklad 1
40 bodů

- a) Necht' $Z = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$ je zásobníkový automat (ZA). Formálně definujte konfiguraci ZA (popište význam jednotlivých položek konfigurace) a relaci přechodu mezi konfiguracemi.
- b) Necht' $G = (N, \Sigma, P, S)$ je bezkontextová gramatika, kde $\Sigma = \{a, b, c\}$. Navrhněte a formálně запиšte algoritmus, který pro gramatiku G spočítá množinu

$$N_{\diamond} = \{A \in N \mid A \Rightarrow_G^+ w \wedge w \in \Sigma^* \wedge \#_a(w) + \#_b(w) > 0\},$$

kde $\#_x(w)$ značí počet znaků x v řetězci w .

V algoritmu můžete využít množiny

- $N_t = \{A \in N \mid A \Rightarrow_G^+ w \wedge w \in \Sigma^*\}$,
- $N_{\epsilon} = \{A \in N \mid A \Rightarrow_G^+ \epsilon\}$.

- c) Ilustrujte použití algoritmu na příkladu gramatiky s pravidly:

$$S \rightarrow XA \mid XY \quad A \rightarrow a \quad X \rightarrow Xc \mid c \quad Y \rightarrow YcA$$

TIN — 2. Test (Varianta A) 13. 11. 2023

Čas: 110 minut

Příklad 2
40 bodů

- a) Zkonstruujte bezkontextovou gramatiku G pro jazyk

$$L = \{w_1w_2w_2w_3 \mid w_1, w_3 \in \{a\}^+ \wedge \#_a(w_1) < \#_a(w_3) \wedge w_2 \in \{b, c\}^2\}$$

nad abecedou $\Sigma = \{a, b, c\}$.

- b) Dále pro gramatiku G sestrojte zásobníkový automat A , který modeluje *syntaktickou analýzu shora dolů*. Přechodovou funkci automatu A popište ve shodě s definicí zásobníkového automatu (tj. nikoliv diagramem).
- c) Demonstrujte akceptující výpočet automatu A na slově $w = abcbaa$.

TIN — 2. Test (Varianta A) 13. 11. 2023

Čas: 110 minut

Uvažme abecedu $\Sigma = \{a, b, c\}$. Necht' \mathcal{L}_2 značí třídu všech bezkontextových jazyků, \mathcal{L}_{DZA} značí třídu všech deterministických bezkontextových jazyků a \mathcal{L}_3 značí třídu všech regulárních jazyků. Rozhodněte a dokažte, zda platí následující tvrzení:

Příklad 3
30 bodů

a) $(L_1 \setminus L_2) \in (\mathcal{L}_2 \setminus \mathcal{L}_3) \implies L_1 \in \mathcal{L}_2 \vee L_2 \in \mathcal{L}_2,$

b) $L_1 \in \mathcal{L}_{DZA} \wedge L_2 \in \mathcal{L}_2 \implies L_1 \bullet L_2 \in \mathcal{L}_2,$ kde $L_1 \bullet L_2 = \{uv \mid u \notin L_1 \wedge v \in L_2\}.$

Poznámka: Pokud v důkaze použijete jazyk (či jeho analogii) o kterém se na přednášce či cvičení ukázalo, do jaké třídy Chomského hierarchie patří či nepatří, nemusíte tuto skutečnost dokazovat. Rovněž můžete použít uzávěrové vlastnosti probírané na přednáškách bez nutnosti uvádět jejich důkaz.

TIN — 2. Test (Varianta A) 13. 11. 2023

Čas: 110 minut

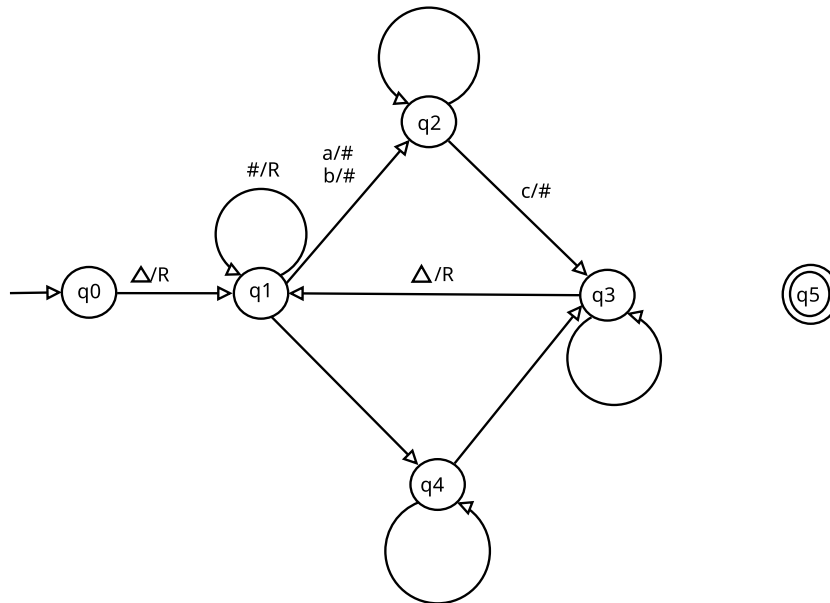
- a) Necht' $\Sigma = \{a, b, c\}$. Do níže uvedeného diagramu doplňte 1 nový přechod (hranu i její označení) a doplňte označení k neoznačeným přechodům tak, aby vznikl *deterministický* Turingův stroj T , který přijímá jazyk

Příklad 4
40 bodů

$$L_1 = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid \#_a(w) + \#_b(w) > \#_c(w)\},$$

kde $\#_x(w)$ značí počet symbolů $x \in \{a, b, c\}$ v řetězci $w \in \{a, b, c\}^*$.

Poznámka: V rámci řešení je dovoleno použít „vícenásobné“ přechody, jako již jsou uvedeny např. ze stavu q_1 do q_2 .



- b) Uveďte posloupnost konfigurací, která demonstruje, jak stroj T akceptuje slovo $w = bac$.
- c) Dokažte, že jazyk L_2 nad abecedou Σ je rekurzivně vyčíslitelný.

$$L_2 = \{\langle A \rangle \# \langle M \rangle \mid L(A) \setminus L(M) \neq \emptyset\},$$

kde $\langle A \rangle$ značí kód **konečného automatu** A a $\langle M \rangle$ značí kód **lineárně ohraničeného Turingova stroje** M .

Poznámka: V důkazu stačí uvést slovní popis fungování Turingova stroje (deterministického či nedeterministického, dle libosti s více páskami), který akceptuje jazyk L_2 .

TIN — 2. Test (Varianta A) 13. 11. 2023

Čas: 110 minut
